

Анализ трехмерных текстур с позиции стохастической геометрии и функционального анализа*

Федотов Н. Г.¹, Голдуева Д. А.¹

nikolayfedotov@mail.ru, daria-a-m@yandex.ru

¹Пензенский государственный университет

Предложен новый подход к анализу трехмерных текстур, основанный на аппарате стохастической геометрии и функционального анализа. Приведены результаты исследования новых триплетных признаков на устойчивость к масштабным преобразованиям на примере трехмерных текстур, полученных с помощью атомно-силовой микроскопии.

Ключевые слова: *трехмерные текстуры, стохастическая геометрия, триплетные признаки.*

Analysis of three-dimensional textures from a position of stochastic geometry and functional analysis*

Fedotov N. G.¹, Goldueva D. A.¹

¹Penza State University

A new approach is suggested on three-dimensional (3D) texture analysis based on stochastic geometry and functional analysis. A sensitivity of triple features to scale transformation was examined on 3D textures scanned by the atomic-force microscope.

Keywords: *three-dimensional textures, stochastic geometry, triple feature.*

Введение

Во многих отраслях знаний существенная часть информации заключается в сложноструктурированных изображениях, многие из которых содержат текстуры. Сложноструктурированные изображения содержат множество объектов, относящихся к различным видам, каждый из которых обладает своими собственными значимыми характеристиками. Наряду с общетеоретическим значением задача распознавания подобных изображений исключительно актуальна и с прикладной точки зрения. От ее успешного решения зависит эффективность обработки информации в области аэрокосмических исследований, анализа Земли из космоса, медицинской и технической диагностики.

Согласно существующим в настоящий момент методам анализа трехмерных поверхностей, формирование признаков осуществляется на основе контурного и текстурного описания наблюдаемой проекции изображения трехмерного объекта, целью которых является инвариантное представление объекта при изменении его масштаба и поворота в наблюдаемой плоскости.

Большинство методов распознавания трехмерных объектов, как правило, предполагают анализ плоских проекций наблюдаемых изображений. Такой подход объясняется относительной новизной задачи распознавания 3D-образов, в то время как по зада-чам распознавания плоских изображений накоплен богатый опыт. Поэтому методы 3D-распознавания, в основном, базируются на обработке двумерных изображений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 12-07-00501.

Общая идея подобных алгоритмов заключается в следующем. Предположим, имеется изображение проекции некоторого трехмерного объекта из известного класса эталонных объектов. Тогда самый простой метод его распознавания будет заключаться в переборе всех возможных комбинаций проекций эталонных объектов и выбора среди них наиболее подходящих к представленной проекции в соответствии с выбранной мерой сходства. В результате работы такого алгоритма сразу несколько объектов из эталонных могут подходить к представленной проекции. Например, по одной из проекции цилиндра можно сделать вывод, что это еще и шар. Поэтому ошибки распознавания такого рода в алгоритмах распознавания 3D-образов по одной проекции не исключаются.

Почти все алгоритмы распознавания трехмерных образов реализуют описанную выше идею и отличаются лишь способом подбора проекций трехмерных объектов. Таким образом, они предполагают предварительное упрощение анализируемого трехмерного объекта, что ведет к потере существенной доли полезной информации и, как следствие, к снижению точности анализа 3D изображений.

В настоящей статье предлагается новый универсальный подход к анализу трехмерных текстур, основанный на аппарате стохастической геометрии и функционального анализа [1, 2, 3], позволяющий анализировать трехмерные текстуры непосредственно, без предварительного их упрощения.

Кроме того, большинство методов анализа трехмерных объектов оперируют небольшим количеством признаков, имеющих конкретную интерпретацию в терминах решаемой задачи. Предлагаемый в настоящей статье метод анализа трехмерных текстур позволяет в режиме автоматической генерации формировать десятки тысяч признаков изображений, что повышает надежность их классификации.

Теория триплетных признаков

Ключевым элементом теории триплетных признаков является геометрическое трейс-преобразование, связанное со сканированием анализируемого объекта по сложным траекториям, введенное в [1] и исследованное в [1, 4, 5, 6, 7] и последующих работах. Трейс-преобразование сводимо в частных случаях к преобразованиям Радона, Фурье, Хо, Радона–Хо, но не эквивалентно им [2]. Трейс-преобразование является удобным инструментом для распознавания движущихся объектов. На его основе возможно получение нового класса признаков распознавания, позволяющих обеспечить инвариантное или сенситивное распознавание к группе движений и масштабным преобразованиям [7]. С помощью признаков, посредством которых организовано сенситивное распознавание, можно дополнительно определить параметры преобразования, которое претерпел исходный объект анализа [7]. Исследование движения с помощью трейс-преобразования рассмотрено в [4, 6]. В [8] было введено в рассмотрение двойственное трейс-преобразование, которое позволяет совместно с трейс-преобразованием и триплетными признаками произвести нелинейную фильтрацию изображений с целью их предварительной обработки, предшествующей формированию признаков, а именно: полигональную аппроксимацию, выделение выпуклой оболочки, уменьшение зашумленности и т. д. [8, 9]. На основе трейс-преобразований и теории триплетных признаков возможно эффективное решение широкого круга практических задач распознавания и анализа изображений в различных сферах человеческой деятельности. Применение трейс-преобразования и теории триплетных признаков для распознавания дефектов сварных соединений рассмотрено в [10]. Применение указанного аппарата для решения задач распознавания человеческих лиц и биометрического поиска рассмотрено в [11, 12, 13]. Анализ и распознавание объектов нанотехнологий из области

биологии рассмотрены в [2]. В этой же книге дается анализ точности формирования триплетных признаков. В работе [14] описывается анализ изображений ультразвуковых исследований из области медицины. Таким образом, предлагаемый подход имеет обширное применение.

Признаки изображения в рассматриваемом подходе имеют структуру в виде композиции трех функционалов [1]:

$$\Pi(F) = \Theta \circ P \circ T(F \cap l(\theta, \rho)), \quad (1)$$

где θ, ρ полярные координаты сканирующей прямой $l(\theta, \rho)$ [2], с которыми связаны функционалы Θ и P соответственно; функционал T связан с параметром t , задающим точку на сканирующей прямой $l(\theta, \rho)$; $F(, ,)$ — функция изображения на плоскости $(, ,)$. Подобное представление признака оказалось продуктивным в силу своей геометричности: многие известные формулы стохастической геометрии и известные преобразования Радона, Хо, Фурье и др. укладываются в такую трехкомпонентную форму. В связи с характерной структурой такие признаки были названы триплетными. Функционал T называют трейс-функционалом, P — диаметральным функционалом, Θ — круговым функционалом. Области определения и области значения функционалов T, P и Θ являются подмножествами множества действительных чисел. Функционалы T, P и Θ выбираются из различных областей математики: теории вероятности, математической статистики, теории рядов и фракталов, стохастической геометрии и т. д. Таким образом, триплетные признаки сохраняют следы генезиса соответствующих областей математики, чем объясняется гибкость и интеллектуальность алгоритмов распознавания, базирующихся на триплетных признаках. Подробное описание формирования триплетных признаков бинарных изображений можно найти в [2], для полутоновых текстур в [15].

Формирование триплетных признаков трехмерных текстур

Под текстурой в настоящей работе будет пониматься изображение поверхности с повторяющимися примитивами, каким-либо образом распределенными на ней. Трехмерные текстуры, в отличие от двумерных, имеют еще одну группу характеристик, описывающую особенности высот. Поэтому для анализа трехмерных текстур целесообразно построить совокупность признаков, учитывающую как особенности проекции точек минимума текстуры на плоскость (или особенности яркости поверхности текстуры), так и особенности высот анализируемого изображения.

В настоящей работе для примера рассматривались трехмерные текстуры, полученные при помощи атомно-силового микроскопа (рис. 1).

Триплетные признаки трехмерных текстур имеют следующий вид:

$$\Pi(F) = \Theta \circ P \circ T(F \cap \alpha), \quad (2)$$

где α — сканирующая плоскость перпендикулярная плоскости $, F(, , z)$ — функция изображения в пространстве $(, , z)$, которая каждой точке поверхности текстуры $A(, , z)$ ставит в соответствие z . Результат пересечения функции изображения с плоскостью α есть кривая $q(\theta, \rho, z)$ (рис. 2), заданная в цилиндрической системе координат параметрами θ, ρ и z . Проекция кривой q на плоскость есть прямая $l(\theta, \rho)$, где θ, ρ — ее полярные координаты, с которыми связаны функционалы Θ и P соответственно; функционал T связан с параметром t , задающим точку на прямой l .

Для решения задачи анализа трехмерных текстур, были выделены две группы триплетных признаков:

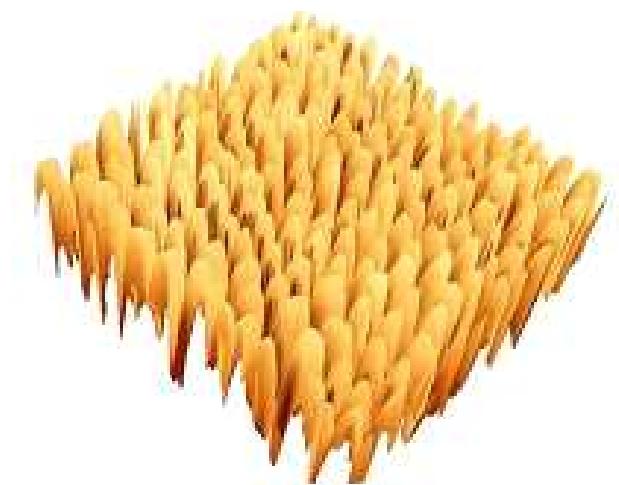


Рис. 1: Пример трехмерной текстуры, полученной при помощи атомно-силового микроскопа

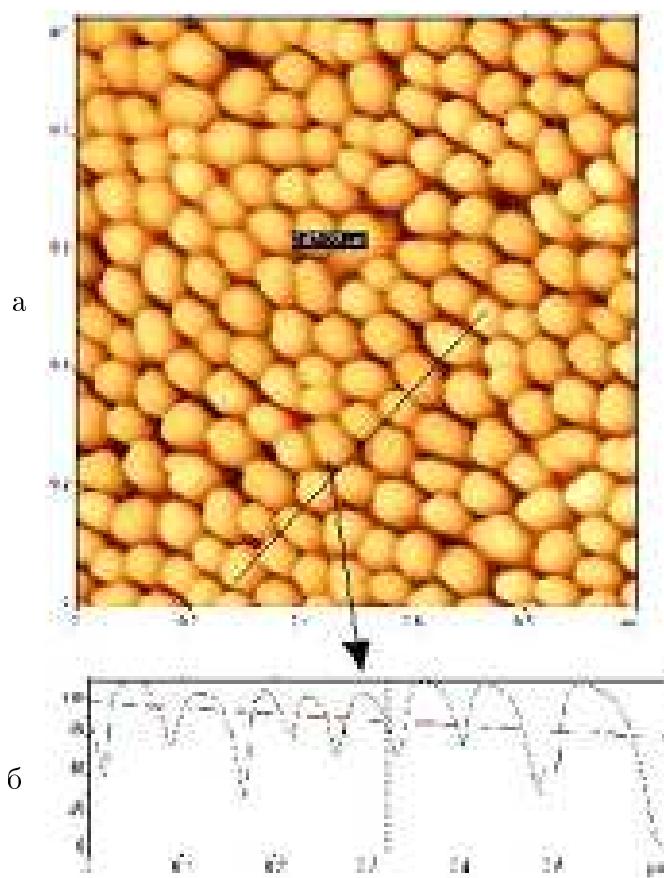


Рис. 2: Пример построения кривой q : (а) трехмерная текстура с выделенным направлением сканирования; (б) кривая q вдоль выделенного направления на координатной плоскости $tO'z$

1. признаки, характеризующие особенности проекции минимумов трехмерных текстур на плоскость ;
2. признаки, характеризующие особенности высот трехмерных текстур.

Причем вторую группу можно подразделить на три: 2.1, 2.2 и 2.3.

Признаки первой и второй группы имеют одинаковую трехфункциональную структуру. Отличие между ними заключается лишь в подходе к заданию характеристик отрезков прямой $l(\theta, \rho)$, соответствующих одному участку кривой q между двумя значимыми соседними минимумами. Для построения признаков, характеризующих особенности проекции минимумов трехмерных текстур на плоскость, каждому отрезку a_i прямой $l(\theta, \rho)$, соответствующему i -му участку кривой q между двумя значимыми соседними минимумами, ставится в соответствие его длина. Для построения признаков типа 2.1 каждому отрезку a_i прямой $l(\theta, \rho)$, соответствующему i -му участку кривой q между двумя значимыми соседними минимумами, ставится в соответствие максимальная высота на отрезке a_i . Для построения признаков типа 2.2 каждому отрезку a_i прямой $l(\theta, \rho)$, соответствующему i -му участку кривой q между двумя значимыми соседними минимумами, ставится в соответствие коэффициент асимметрии. Для построения признаков типа 2.3 каждому отрезку a_i прямой $l(\theta, \rho)$, соответствующему i -му участку кривой q между двумя значимыми соседними минимумами, ставится в соответствие радиус кривизны в точке с максимальной координатой z отрезка a_i .

Для формирования признаков первого и второго типа функция $f(\theta, \rho, t)$ принималась равной:

$$f(\theta, \rho, t) = z,$$

где z — высота в точке t прямой $l(\theta, \rho)$ такой, что $F \cap \alpha \neq \emptyset$, $l(\theta, \rho)$ — проекция пересечения $F \cap \alpha$ на плоскость xOy .

Далее посредством трейс-функционала $T(F \cap \alpha) = Tf(\theta, \rho, t)$ составляется трейс-матрица, по которой путем последовательной свертки диаметральным и круговым функционалом определяется признак $\Pi(F) = \Theta \circ P \circ T(F \cap \alpha)$. Понятие трейс-матрицы подробно описано в [2].

Зачастую анализируемые трехмерные текстуры, относящиеся к одному классу, имеют высокий уровень вариабельности формы и положения повторяющихся включений. Поэтому для обеспечения гибкости, надежности и универсальности систем распознавания трехмерных текстур целесообразно применять признаки, инвариантные к группам движений и масштабным преобразованиям.

Триплетные признаки трехмерных текстур, инвариантные к группе движений и масштабным преобразованиям

Решение задачи формирования инвариантных признаков изображений целесообразно начать с исследования свойств функционалов, образующих композицию в структуре искомых признаков, поскольку именно от них зависит инвариантность признака по отношению к движению и масштабным преобразованиям изображений.

Рассмотрим более подробно каждый вид преобразований изображений.

1) Перенос. Для того, чтобы признак $\Pi(F)$ был инвариантен к переносу, необходимо и достаточно, чтобы P функционал был инвариантен к переносу [2].

Приведем примеры признаков, инвариантных к переносу:

$$\Pi_1 = T_1 \circ P_2 \circ \Theta_7,$$

$$\Pi_2 = T_2 \circ P_2 \circ \Theta_5,$$

$$\Pi_3 = T_3 \circ P_2 \circ \Theta_7.$$

Здесь $T_1 = \max_i x_i$, где $x_i = \max_j f(\theta, \rho, t_j)$, t_j — точки отрезка i прямой $l(\theta, \rho)$, где j — порядковый номер точки прямой $l(\theta, \rho)$ в дискретном ее представлении; $T_2 = n$, где n — число

отрезков i , выделяемых на сканирующей прямой; $T_3 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, $x_i = \frac{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{df(\theta, \rho, t)}{dt} \right|_{t=t_S} \right)^2} \right)^3}{\left| \frac{d^2 f(\theta, \rho, t)}{dt^2} \right|_{t=t_S}}$, где $f(\theta, \rho, t_s) = \max_j f(\theta, \rho, t_j)$, t_j - точки отрезка i прямой $l(\theta, \rho)$, если $n \neq 0$. В противном случае, $T_3 = 0$; $P_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m g^2(\theta_j, \rho_i)}$, где $g(\theta_j, \rho_i) = T(F \cap \alpha)$, m - число дискретных значений ρ ; $\Theta_5 = \max_j h(\theta_j)$, где $h(\theta_j) = P(g(\theta_j, \rho))$; $\Theta_7 = \sum_{j=1}^n \ln |h(\theta_j) + 1| \cdot \Delta\theta$, где $\Delta\theta$ - шаг сканирования по θ .

2) Поворот, при котором точка O переходит сама в себя, ось Ox в Ox' , ось Oy в Oy' , ось Oz сама в себя. Для того чтобы признак $\Pi(F)$ был инвариантен к повороту, необходимо и достаточно, чтобы Θ функционал был инвариантен к повороту [2].

Приведем примеры признаков, инвариантных к повороту:

$$\Pi_4 = T_2 \circ P_1 \circ \Theta_3,$$

$$\Pi_5 = T_8 \circ P_6 \circ \Theta_9,$$

$$\Pi_6 = T_3 \circ P_1 \circ \Theta_4.$$

Здесь $T_8 = \sum_{i=1}^k |x_{i+1} - x_i|$, если $k \geq 2$,

$$x_i = \frac{\sum_{j=s}^d t_j^3 f(\theta, \rho, t_j) - 3 \left(\sum_{j=s}^d t_j f(\theta, \rho, t_j) \right) \sum_{j=s}^d t_j^2 f(\theta, \rho, t_j) + 2 \left(\sum_{j=s}^d t_j f(\theta, \rho, t_j) \right)^3}{\sqrt{\sum_{j=s}^d t_j^2 f(\theta, \rho, t_j) - \left(\sum_{j=s}^d t_j f(\theta, \rho, t_j) \right)^2}},$$

t_j - точки отрезка a_i прямой $l(\theta, \rho)$, $t_{s-1} = t_{d+1} = 0$ или t_{s-1}, t_{d+1} не принадлежат области сканирования; $P_1 = \sum_{i=1}^m g(\theta_j, \rho_i) \cdot \Delta\rho$, где $\Delta\rho$ - шаг сканирования по ρ ; $P_6 = \sum_{i=1}^m g(\theta_j, \rho_i)$; $\Theta_3 = \sqrt{\sum_{j=1}^n (h(\theta_j))^2}$; $\Theta_4 = \sum_{j=1}^n h(\theta_j)$; $\Theta_9 = \sum_{j=1}^n h(\theta_j) \cdot \Delta\theta$;

3) Масштабные преобразования. Для того, чтобы признак $\Pi(F)$ был инвариантен к масштабным преобразованиям, необходимо и достаточно, чтобы T или P функционал был инвариантен к масштабным преобразованиям и R функционал был инвариантен к переносу [2].

Пусть F - функция исходного изображения. Пусть F' - функция изображения F , претерпевшего масштабное преобразование, т. е. $F' = kF$. Под действием того же преобразования плоскость α , пересекающая изображение F , перейдет в плоскость α' . Требуется, чтобы $T(F \cap \alpha) = T(F' \cap \alpha')$, или $P(T(F \cap \alpha)) = P(T(F' \cap \alpha'))$. Прямая l' будет при этом смещена относительно исходного положения прямой l , поэтому целесообразно требовать от P функционала инвариантности к переносу.

Вышесказанное является строгим только для непрерывного случая. Но мы имеем дело с дискретным сканированием, в силу которого появляется некоторое дополнительное условие. Поясним его суть.

При гомотетии диапазон ρ трейс-матрицы расширяется ($k > 1$) или сужается ($k < 1$) в k раз, т. е. $\rho' = k\rho$, так как изображение F' пересечет в k раз больше (при $k > 1$) или в k раз меньше (при $k < 1$) прямых, чем изображение F . Таким образом, количество ненулевых значений в i -м столбце трейс-матрицы, построенной для изображения F' , и количество ненулевых значений в i -м столбце трейс-матрицы, построенной для изображения F будут отличаться в k раз. Поэтому степень нестабильности признака к рассматриваемому преобразованию зависит от выбора P функционала. Если P функционал имеет накопительный характер, например, $P = \sum_{i=1}^m g(\theta_j, \rho_i)$, то содержащий его признак будет иметь высокую степень нестабильности. Обратная же ситуация наблюдается с признаками, в структуру которых входят P функционалы, такие как $P = \max_i g(\theta_j, \rho_i)$, $P = \frac{\sum_{i=1}^m g(\theta_j, \rho_i)}{m}$ и т. п.

Приведем примеры признаков, инвариантных к масштабным преобразованиям изображений, и экспериментально определим степень нестабильности каждого на трехмерных текстурах, полученных с помощью атомно-силового микроскопа. Степень нестабильности признака определим как относительную его погрешность, выраженную в процентах.

Пусть под действием семейства масштабных преобразований u_1, u_2, \dots, u_n изображение F переходит в новые изображения F_1, F_2, \dots, F_n соответственно. Пусть $\Pi(F_1), \Pi(F_2), \dots, \Pi(F_n)$ — значения признака Π для изображений F_1, F_2, \dots, F_n соответственно. Тогда среднее значение признака:

$$\bar{\Pi} = \frac{\sum_{i=1}^n \Pi(F_i)}{n}.$$

Средняя абсолютная погрешность признака:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^n |\Pi(F_i) - \bar{\Pi}|}{n}.$$

Тогда искомая относительная погрешность инвариантности признака есть:

$$\beta = \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\Pi}} \cdot 100\%.$$

В таблице 1 приведены результаты экспериментов с использованием следующих функционалов.

Таблица 1: Результаты эксперимента

Функционалы, составляющие признак			Значение признака изображения						$\beta, \%$
T	P	Θ	$k = 1$	$k = 1,3$	$k = 1,5$	$k = 0,5$	$k = 0,6$	$k = 0,75$	
T ₁₂	P ₁₀	Θ_2	3,200	3,760	3,200	3,610	3,790	3,900	7,02
T ₁₁	P ₄	Θ_3	54,34	59,43	57,29	51,67	53,86	60,56	5,16
T ₁₁	P ₄	Θ_4	1032,43	958,41	1014,39	924,53	942,54	1010,99	3,94
T ₁₁	P ₄	Θ_5	5,69	4,38	4,25	5,71	5,22	4,88	10,32
T ₁₁	P ₄	Θ_6	2,44	2,62	2,89	2,51	2,77	3,1	7,28
T ₁₁	P ₄	Θ_7	6,98	6,32	6,81	6,64	7,03	7,07	3,21
T ₁₁	P ₄	Θ_8	4,21	4,85	4,57	4,29	4,53	4,25	4,49
T ₁₁	P ₄	Θ_9	8,87	8,54	8,91	8,46	9,23	9,35	3,03
T ₁₁	P ₄	Θ_{10}	394,74	376,62	388,23	359,34	421,46	408,52	4,27
T ₁₃	P ₄	Θ_5	0,4	0,35	0,39	0,36	0,41	0,37	5,26
T ₁₃	P ₄	Θ_7	1,82	1,79	1,92	2,43	1,96	2,03	7,97
T ₁₁	P ₁₀	Θ_2	2,62	2,45	3,04	2,41	3	3,02	9,55

$$T_{11} = \frac{n \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}}{\sum_{i=1}^n x_i}, \text{ если } \sum_{i=1}^n x_i \neq 0, \text{ в противном случае, } T_{11} = 0, x_i = \max_j f(\theta, \rho, t_j), t_j$$

- точки отрезка a_i прямой $l(\theta, \rho)$;

$$T_{12} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n \cdot \max_i x_i}, \text{ если } n \neq 0. \text{ В противном случае, } T_{12} = 0,$$

$$x_i = \frac{\sum_{j=s}^d t_j^3 f(\theta, \rho, t_j) - 3(\sum_{j=s}^d t_j f(\theta, \rho, t_j)) \sum_{j=s}^d t_j^2 f(\theta, \rho, t_j) + 2(\sum_{j=s}^d t_j f(\theta, \rho, t_j))^3}{\sqrt{\sum_{j=s}^d t_j^2 f(\theta, \rho, t_j) - (\sum_{j=s}^d t_j f(\theta, \rho, t_j))^2}},$$

t_j - точки отрезка a_i прямой $l(\theta, \rho)$, $t_{s-1} = t_{d+1} = 0$ или t_{s-1}, t_{d+1} не принадлежат сетчатке;

$$T_{13} = \frac{\max_i x_i - \min_i x_i}{\max_i x_i}, \text{ где } x_i = \frac{(\sqrt{1+(f'(\theta, \rho, t_s))^2})^3}{|f''(\theta, \rho, t_s)|}, f(\theta, \rho, t_s) = \max_j f(\theta, \rho, t_j), t_j - \text{точки отрезка}$$

a_i прямой $l(\theta, \rho)$;

$$P_4 = \max_i g(\theta_j, \rho_i);$$

$$P_{10} = \frac{\sum_{i=1}^m g(\theta_j, \rho_i)}{m};$$

$$\Theta_2 = \sum_{j=1}^n |h(\theta_{j+1}) - h(\theta_j)|;$$

$$\Theta_5 = \max_j h(\theta_j);$$

$$\Theta_6 = \max_j h(\theta_j) - \min_j h(\theta_j);$$

$$\Theta_8 = \min_j h(\theta_j);$$

$$\Theta_{10} = \frac{\sum_{j=1}^n h(\theta_j)}{n}.$$

Проведенный эксперимент показал, что построенные триплетные признаки обладают достаточно высокой степенью инвариантности к масштабным преобразованиям трехмерных текстур.

Заключение

Существует обширный класс задач медицинской, технической диагностики, где ключевая информация заключена в зрительных образах. В настоящей статье рассмотрена задача формирования признаков трехмерных текстур. Для решения данной проблемы предложен новый подход, основанный на аппарате стохастической геометрии и функционального анализа. Его суть заключается в формировании триплетных признаков двух типов: характеризующих особенности проекции минимумов трехмерных текстур на плоскость ; характеризующих особенности высот трехмерных текстур. Таким образом, построенная группа признаков позволит более полно описать трехмерные текстуры без предварительного их упрощения. Благодаря трехкомпонентной структуре триплетных признаков возможна генерация большого их количества, что позволяет увеличить гибкость, универсальность и надежность распознавания. Причем, как показывают проведенные эксперименты, при определенном выборе функционалов, входящие в структуру триплетного признака, формируемые характеристики приобретают свойства инвариантности к группе движений и масштабным преобразованиям.

Литература

- [1] Федотов Н. Г. Методы стохастической геометрии в распознавании образов. М.: Радио и связь, 1990. 144 с.
- [2] Федотов Н. Г. Теория признаков распознавания образов на основе стохастической геометрии и функционального анализа. М.а: Физматлит, 2009. 304 с.
- [3] Kendall W. S., Molchanov I. New perspectives in stochastic geometry. Oxford, UK: Oxford University Press, 2010.
- [4] Kadyrov A. A., Saveleva M. V., Fedotov N. G. Image scanning leads to alternative understanding of image // 3rd conference (International) on Automation, Robotics and Computer Vision (ICARCV'94). Singapore.
- [5] Fedotov N. G., Kadyrov A. A. Image scanning in machine vision leads to new understanding of image // 5th Workshop (International) on Digital in Processing and Computer Graphics Proceedings, Proc. International Society for Optical Engineering (SPIE). 1995. Vol. 2363. P. 256–261.

- [6] *Fedotov N. G., Shulga L. A.* New theory of pattern recognition feature on the basis of stochastic geometriy // *WSCG'2000 Conference Proceedings*. University of West Bohemia, 2000. Vol. 1(2). P. 373–380.
- [7] *Kadyrov A. A., Fedotov N. G.* Triple features pattern recognition and image analysis // *Advances in Mathematical Theory and Applications*. 1995. Vol. 5, no 4. P. 546–556.
- [8] *Федотов Н. Г., Колчугин А. С., Смолькин О. А., Мусеев А. Б., Романов С. В.* Формирование признаков распознавания сложноструктурированных изображений на основе стохастической геометрии // *Измерительная техника*. 2008. № 2. С. 56–61.
- [9] *Vidal M., Amigo J. M.* Pre-processing of hyperspectral images. Essential steps before image analysis // *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 2012. Vol. 117, no. 1. P. 138–148.
- [10] *Федотов Н. Г., Никифорова Т. В.* Техническая дефектоскопия на основе новой теории распознавания образов // *Измерительная техника*. 2002. № 12. С. 27–31.
- [11] *Fedotov N. G., Shulga L. A., Roy A. V.* Visual mining for biometrical system based on stochastic geometry // *Conference (International) Pattern Recognition and Image Analysis Proceedings (PRIA-7-2004) Proceedings*. 2004. Vol. 2. P. 473–475.
- [12] *Shin B.-S., Cha E.-Y., Kim K.-B., Cho K.-W., Klette R., Young W. W.* Effective feature extraction by trace transform for insect footprint recognition // *3rd Conference (International) on Bio-Inspired Computing: Theories and Applications (BICTA 2008): IEEE South Australia Section*. Adelaide, NT. 2008. P. 97–102.
- [13] *Fooprateepsiri R., Kurutach W.* Highly robust approach face recognition using hamming–trace combination // *IADIS Conference (International) Intelligent Systems and Agents 2010 Proceedings, IADIS Conference (European) on Data Mining 2010 Proceedings, Part of the MCCSIS 2010*. P. 83–90.
- [14] *Fedotov N. G., Shulga L. A., Kol'chugin A. S., Smol'kin O. A., Romanov S. V.* Triple features of ultrasonic image recognition // *8th Conference on Pattern Recognition and Image Analysis (PRIA-8-2007) Proceedings*. Yoshkar-Ola, Russia. 2007. Vol. 1. P. 299–300.
- [15] *Fedotov N. G., Mokshanina D. A.* Recognition of halfton textures from the stochastic geometry and functional analysis // *Pattern Recognition and Image Analysis*. 2010. Vol. 20, no 4. P. 551–556.